

Kapalı ve açık kavitelere türbülanslı ısı ve kütle transferi

Deniz ŞEKER*, Nilüfer EĞRİCAN

İTÜ Makina Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü, 34464, Gümüşsuyu, İstanbul

Özet

Bu çalışmanın amacı, kapalı ve açık kavitelere oluşan türbülanslı doğal taşınım problemini, ısı ve kütle transferinin birada olduğu durum için incelemektir. Bu amaçla, LES (Large Eddy Simulation) türbülans modeli kullanılarak, iki boyutlu kavite geometrilerinde, Boussinesq yaklaşımı kullanılarak, bir modifiye Rayleigh sayısı tanımı yapılmıştır. Bu tanımda, sıcaklık farkından kaynaklanan kaldırma kuvvetinin yanısıra, konsantrasyon farkından kaynaklanan kaldırma kuvveti de yer almaktadır. Modifiye Rayleigh sayısının 10^8 - 5.10^{10} aralığı için, LES (Large Eddy Simulation) modeli kullanılarak, nümerik analizlerle türbülanslı akış durumu incelenmiştir. Nümerik analizler için, Fortran programlama dilinde kod yazılmış ve bu kod çok-işlemcili bilgisayarlar da çalışacak şekilde paralelleştirilerek, süperbilgisayarda çözümleme yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar, Nusselt sayısı ve Sherwood sayısı korelasyonları olarak ifade edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Doğal taşınım, Rayleigh sayısı, türbülans, ısı ve kütle transferi, LES.

Turbulent heat and mass transfer inside closed and open cavities

Abstract

The main objective of this work is to investigate the turbulent heat and mass transfer inside open and closed cavities. For two-dimensional cavities, a modified Rayleigh number was defined. The LES (Large Eddy Simulation) turbulence model and Boussinesq approximation were employed. On modified Rayleigh number definition, the buoyant force driven by concentration difference was included beside the buoyant force driven by temperature difference. The non-dimensionalized equations were obtained and stream function-vorticity approach was utilized to solve two-dimensional continuity, Navier-Stokes, energy and concentration equations. Finite Difference method was utilized for discretization the non-dimensionalized equations. Successive Over-relaxation technique was used to calculate stream function. To obtain the boundary layer, non-homogenous grid was generated. For the range of 10^8 - 5.10^{10} of the modified Rayleigh number, numerical simulations were run. For the numerical analyses, a code was written in Fortran programming language. The code was parallelized and run on a supercomputer. Stream function, vorticity, horizontal and vertical velocities, isotherms and isoconcentrations were obtained. The results showed that increasing modified Rayleigh number causes higher Nusselt and Sherwood numbers and the hydrodynamic, thermal and concentration boundary layers become thinner for increasing modified Rayleigh number. The results were reported as correlations of Nusselt and Sherwood numbers for both open and closed cavity problems.

Keywords: Natural convection, Rayleigh number, turbulence, heat and mass transfer, LES.

*Yazışmaların yapılacağı yazar: Deniz ŞEKER. deniz.seker@arcelik.com; Tel: (216) 585 85 85 dahili: 8443.

Bu makale, birinci yazar tarafından İTÜ Makina Fakültesi'nde tamamlanmış olan "Buzdolabı içi ısı ve kütle transferinin teorik ve deneysel incelenmesi" adlı doktora tezinden hazırlanmıştır. Makale metni 05.08.2004 tarihinde dergiye ulaşmış, 09.09.2004 tarihinde basım kararı alınmıştır. Makale ile ilgili tartışmalar 31.05.2006 tarihine kadar dergiye gönderilmelidir.

Giriş

Kapalı ve açık kavite içi doğal taşınım akışları, hem deneysel hem de nümerik çalışmalar için çok uzun süredir önemli bir çalışma konusudur. Bu tür akışlarda momentum denklemleri ile enerji denkleminin birarada çözülmesi zorunluluğu, özellikle kavite duvarlarında sınır koşullarının belirlenmesindeki zorluklar ve türbülanslı akış durumu için henüz tam kabul gören bir türbülans modelinin bulunmaması bu tarz akışların uzun süre daha çalışılmasını gerektirecektir.

Zorlanmış taşınımdan farklı olarak, doğal taşınımda akışkan hareketi kaldırma kuvvetinden kaynaklanmaktadır. Kaldırma kuvveti, akışkanın yoğunluk gradyeni ve genellikle yerçekimi kuvveti gibi bir kuvvetin birleşiminden oluşmaktadır. Akışkanın yoğunluk gradyeni, çok farklı sebeplerden oluşabilir. Ama genelde en çok karşılaşılan sebep, sıcaklık gradyenidir.

Markatos ve Pericleous (1984) kapalı kavite içinde hem laminar hem de türbülanslı akış durumunu incelemişlerdir. Çalışmada, Rayleigh sayısının 10^6 'dan büyük olması durumunda k-ε türbülans modeli kullanılmıştır. Çalışmada, Patankar (1980) tarafından geliştirilmiş SIMPLE algoritması kullanılmış ve Sonlu Hacimler yöntemi ile çözümleme yapılmıştır. Yapılan çalışmada Rayleigh sayısının 10^{14} değerine kadar çözümleme yapılmış, ancak 10^{10} 'dan büyük olan Rayleigh sayısı için yapılan çözümlemede sınır tabakanın yakalanamadığı belirtilmiştir. Nümerik çalışma sonucunda, sıcak duvar için hesaplanmış Nusselt sayısı değerleri için, lineer regresyon yapılarak aşağıdaki korelasyonlar elde edilmiştir.

Rayleigh sayısının 10^3 - 10^6 aralığı için,

$$Nu = 0.143 \cdot Ra^{0.299} \quad (1)$$

Rayleigh sayısının 10^6 - 10^{12} aralığı için,

$$Nu = 0.082 \cdot Ra^{0.329} \quad (2)$$

Rayleigh sayısının 10^{12} - 10^{16} aralığı için,

$$Nu = 1.325 \cdot Ra^{0.245} \quad (3)$$

Bütün bu korelasyonlar, tek bir korelasyon olarak aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$Nu = 0.060 \cdot Ra^{1/3} \quad (4)$$

Ince ve Launder (1989), Jones ve Launder (1975) tarafından geliştirilen “düşük Reynolds sayısı k-ε modeli”ni modifiye ederek, farklı şekil oranlarına sahip kapalı kaviteler içindeki türbülanslı akış problemini nümerik olarak incelemişlerdir. Yapılan analizler sonucunda, farklı Rayleigh sayıları için sıcak duvarda hesaplanan Nusselt sayıları, aşağıdaki korelasyonla ifade edilmiştir.

$$Nu = 0.043 \cdot Ra^{1/3} \quad (5)$$

Davidson (1992), kapalı kavite içinde Rayleigh sayısının $5 \cdot 10^{10}$ değerinde oluşan türbülanslı akışı nümerik olarak incelemiştir. Yapılan çalışmada, yan duvarları farklı sıcaklıklarda, alt ve üst duvarları adyabatik olan kapalı bir kavitede, Patankar (1980) algoritması kullanılarak, iki farklı k-ε türbülans modeli ile çözümleme yapılmıştır. Kullanılan türbülans modellerinden ilki, Jones ve Launder (1975) tarafından geliştirilen “düşük Reynolds sayısı k-ε modeli”, ikincisi ise iki tabakada çözüm yapan standart k-ε türbülans modelidir. Her iki modelde de, sınır tabakayı yakalamak için duvar fonksiyonları kullanılmıştır. Yapılan nümerik çalışma sonucunda, her iki model için de sınır tabaka yakalanamamış ve akış türbülanslı olmasına rağmen, laminar akış çözümleri elde edilmiştir.

Gatski ve diğerleri (1996); türbülanslı akışların modellenmesi ile ilgili geniş bir literatür araştırması yapmışlardır. Yapılan çalışmada, özellikle DNS (Direct Numerical Simulation) ve LES (Large Eddy Simulation) modelleri arasında karşılaştırma yapılmıştır. Yapılan çalışmada, DNS modelinde akışın bütün boyutlarla çözülmesi zorunluluğu sebebiyle çözümün çok uzun süreli olması, bunun yerine LES modelinde sadece belli bir büyüklüğün üzerindeki hareketlerin modellenmesi ve bu büyüklükten küçük hareketlerin bazı yaklaşımlarla filtrelenip

basitleştirmesinin türbülanslı akışların çözümünde büyük gelişme sağladığı belirtilmiştir.

Arpacı (1997), türbülanslı akışlarla ilgili geniş bir literatür araştırması yapmıştır. Yapılan bu çalışmada, birçok türbülanslı akış türü ile ilgili literatürdeki korelasyonların karşılaştırmaları yapılmış ve kullanım aralıkları belirtilmiştir. Ancak, kapalı veya açık kavite içinde türbülanslı akış ile ilgili herhangi bir korelasyon önerilmemiştir. Çalışma sonucunda, birçok türbülanslı akışın modellenmesinin hala çok zor olduğu ve kullanılan korelasyonların, bu korelasyonların elde edildiği nümerik veya deneysel aralıklarda kullanılması gerektiği belirtilmiştir.

Peng (1998), iki boyutlu kapalı kaviter içindeki türbülanslı ısı transferini nümerik olarak incelemiştir. Yapılan çalışmada, LES (Large Eddy Simulation) türbülans modeli ve Sonlu Hacimler çözüm yöntemi kullanılmıştır. LES modelinde, denklemlerin filtrelenmesi için iki ayrı skala (Smagorinsky skalası ve dinamik skala) kullanılmış ve Rayleigh sayısının $5 \cdot 10^{10}$ değeri için çözümleme yapılmıştır. Yapılan çözümlemede, sınır tabaka kalınlığının olması gerekenden çok daha fazla olduğu ve modelin iyileştirilmesi gerektiği belirtilmiştir.

Liu ve Wen (1999), iki boyutlu kapalı kaviter içindeki türbülanslı doğal taşınım problemini incelemiştir. Yapılan nümerik çalışmada, standart $k-\varepsilon$ türbülans modeli modifiye edilerek SIMPLE algoritması ile Rayleigh sayısının $1.58 \cdot 10^9$ değeri için çözümleme yapılmıştır. Yapılan çözümleme sonucunda, kullanılan modifiye modelin sınır tabakadaki hız profilini standart $k-\varepsilon$ türbülans modeline göre daha iyi yakaladığı, buna rağmen modelin farklı akış türleri için de test edilmesi gerektiği belirtilmiştir.

Peng ve Davidson (2000), iki boyutlu kapalı kavite içindeki türbülanslı doğal taşınımı nümerik olarak incelemiştir. Çalışmada Rayleigh sayısı $1.58 \cdot 10^9$ olarak alınmış, türbülans modeli olarak LES (Large Eddy Simulation) kullanılmıştır. Yapılan çalışma sonucunda, modelin özellikle sıcak ve soğuk duvarlardaki sınır taba-

kadaki hız dağılımını hesaplamakta eksikleri olduğu belirtilmiştir.

Meneveau ve Katz (2000), LES türbülans modeli üzerinde geniş bir literatür araştırması yapmışlardır. Yapılan bu çalışmada, filtre fonksiyonlarının seçimi, model katsayılarının belirlenmesi ve literatürdeki mevcut SGS (Sub-Grid-Scale) modellerin incelenmesi de yapılmıştır.

Joubert ve diğerleri (2002); iki boyutlu kapalı kaviter içindeki türbülanslı doğal taşınım problemini nümerik olarak incelemiştir. Yapılan çalışmada, türbülans modeli olarak LES (Large Eddy Simulation) kullanılmış ve Rayleigh sayısının $5 \cdot 10^{10}$ değeri için çözümleme yapılmıştır. Ancak model kullanılarak yapılan ilk çözümlemede, beklenen sonuçların elde edilemediği ve model sabiti C 'nin 0.04 olan değerinin, akıştaki zayıf ısı etkiler sebebiyle 0.0025 olarak alındığı ve ancak bu şekilde sınır tabakanın yakalandığı belirtilmiştir.

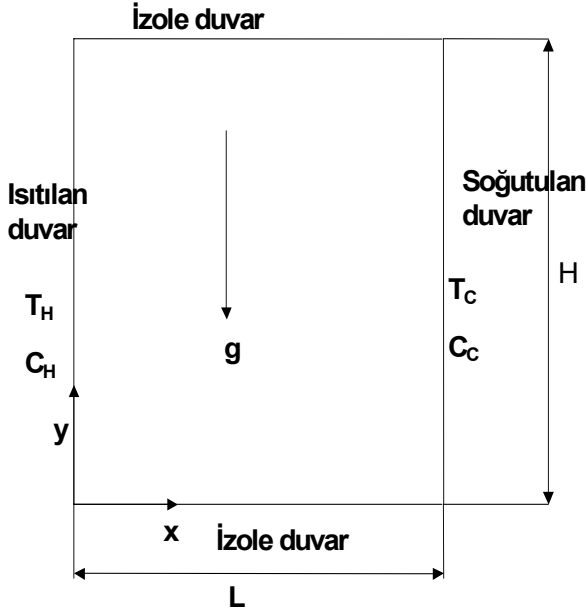
Yukarıda bahsedilen çalışmaların tamamı kapalı kaviter için yapılmıştır. Açık kavite durumunda oluşan türbülanslı ısı ve kütle transferi incelenmemiştir. Ayrıca, kapalı kavite için kullanılan modellerden de istenilen sonuçlar alınamamıştır. Bu çalışmanın amacı, doğal taşınım durumunda oluşan türbülanslı ısı ve kütle transferinin incelenebileceği bir modelin oluşturulması ve farklı Rayleigh sayıları için korelasyonlar elde edilmesidir.

Kapalı kavite içinde türbülanslı ısı ve kütle transferi

Bu çalışmada, LES (Large Eddy Simulation) türbülans modeli kullanılmıştır.

İncelenen geometri, Şekil 1'de gösterilmiştir. Filtre fonksiyonu G ,

$$G(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}) = \begin{cases} |\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}| < \frac{1}{2} \Delta \Rightarrow \Delta^{-2} \\ |\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}| \geq \frac{1}{2} \Delta \Rightarrow 0 \end{cases} \quad (6)$$



Şekil 1. İncelenen geometri

ve filtre genişliği Δ ,

$$\Delta = [(\Delta x) \cdot (\Delta y)]^{1/2} \quad (7)$$

kullanılarak Navier-Stokes denklemleri, enerji denklemi ve konsantrasyon denklemleri akım fonksiyonu-girdap fonksiyonu yaklaşımı kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\bar{u}' = \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial x'} \quad (8)$$

$$\bar{v}' = -\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial y'} \quad (9)$$

$$\bar{\omega} = -\left(\frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial y'^2}\right) \quad (10)$$

$$\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial x'}(\bar{u}' \cdot \bar{\omega}) + \frac{\partial}{\partial y'}(\bar{v}' \cdot \bar{\omega}) = \frac{\partial^2 \bar{\omega}}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \bar{\omega}}{\partial y'^2} + \text{Gr} \cdot \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x'} + \Omega \quad (11)$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial x'}(\bar{u}' \cdot \bar{\theta}) + \frac{\partial}{\partial y'}(\bar{v}' \cdot \bar{\theta}) = \frac{1}{\text{Pr}} \cdot \left(\frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial y'^2}\right) + \Theta \quad (12)$$

$$\frac{\partial \bar{\Gamma}}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial x'}(\bar{u}' \cdot \bar{\Gamma}) + \frac{\partial}{\partial y'}(\bar{v}' \cdot \bar{\Gamma}) = \frac{1}{\text{Sc}} \cdot \left(\frac{\partial^2 \bar{\Gamma}}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \bar{\Gamma}}{\partial y'^2}\right) + \Pi \quad (13)$$

Bu ifadelerde,

$$\Omega = \frac{\partial}{\partial x'}(\bar{u}' \cdot \bar{\omega} - \bar{u}' \cdot \bar{\omega}) + \frac{\partial}{\partial y'}(\bar{v}' \cdot \bar{\omega} - \bar{v}' \cdot \bar{\omega}) \quad (14)$$

$$\Theta = \frac{\partial}{\partial x'}(\bar{u}' \cdot \bar{\theta} - \bar{u}' \cdot \bar{\theta}) + \frac{\partial}{\partial y'}(\bar{v}' \cdot \bar{\theta} - \bar{v}' \cdot \bar{\theta}) \quad (15)$$

$$\Pi = \frac{\partial}{\partial x'}(\bar{u}' \cdot \bar{\Gamma} - \bar{u}' \cdot \bar{\Gamma}) + \frac{\partial}{\partial y'}(\bar{v}' \cdot \bar{\Gamma} - \bar{v}' \cdot \bar{\Gamma}) \quad (16)$$

olarak tanımlanmışlardır.

Bu denklemlerdeki bilinmeyen terimlerin modellenmesi için, Eddy viskozitesi hipotezi ve Boussinesq analojisi kullanılarak,

$$-(\bar{u}' \cdot \bar{\omega} - \bar{u}' \cdot \bar{\omega}) = \nu_T \cdot \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial x'} \quad (17)$$

$$-(\bar{v}' \cdot \bar{\omega} - \bar{v}' \cdot \bar{\omega}) = \nu_T \cdot \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial y'} \quad (18)$$

$$-(\bar{u}' \cdot \bar{\theta} - \bar{u}' \cdot \bar{\theta}) = K_T \cdot \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x'} \quad (19)$$

$$-(\bar{v}' \cdot \bar{\theta} - \bar{v}' \cdot \bar{\theta}) = K_T \cdot \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y'} \quad (20)$$

$$-(\bar{u}' \cdot \bar{\Gamma} - \bar{u}' \cdot \bar{\Gamma}) = D_T \cdot \frac{\partial \bar{\Gamma}}{\partial x'} \quad (21)$$

$$-(\bar{v}' \cdot \bar{\Gamma} - \bar{v}' \cdot \bar{\Gamma}) = D_T \cdot \frac{\partial \bar{\Gamma}}{\partial y'} \quad (22)$$

Eddy viskozitesi terimi,

$$\nu_T = (C \cdot \Delta)^3 \cdot \left[\left(\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial x'}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{\omega}}{\partial y'}\right)^2 \right]^{1/2} \quad (23)$$

olarak tanımlanmıştır (Cortella vd., 2001; Sorensen vd., 1996).

Bu ifadece C, model sabitidir ve

$$C=0.04 \quad (24)$$

olarak alınmıştır (Gatski, 1996; Peng 1998).

$$Pr_T = \frac{v_T}{K_T} = 1 \quad (25)$$

ve

$$Sc_T = \frac{v_T}{D_T} = 1 \quad (26)$$

alınarak, bütün terimler modellenmiş olur.

Sınır koşulları birarada yazılacak olursa,

Sol duvar

$$u' = v' = \psi = 0, \theta = 1, \Gamma = 1, \quad \omega_{i,j} = -2 \cdot \frac{\psi_{i+1,j}}{(\Delta x')^2} \quad (27)$$

Sağ duvar

$$u' = v' = \psi = 0, \theta = 0, \Gamma = 0, \quad \omega_{i,j} = -2 \cdot \frac{\psi_{i-1,j}}{(\Delta x')^2} \quad (28)$$

Alt duvar

$$u' = v' = \psi = 0, \frac{\partial \theta}{\partial y'} = 0, \frac{\partial \Gamma}{\partial y'} = 0, \quad \omega_{i,j} = -2 \cdot \frac{\psi_{i,j+1}}{(\Delta y')^2} \quad (29)$$

Üst duvar

$$u' = v' = \psi = 0, \frac{\partial \theta}{\partial y'} = 0, \frac{\partial \Gamma}{\partial y'} = 0, \quad \omega_{i,j} = -2 \cdot \frac{\psi_{i,j-1}}{(\Delta y')^2} \quad (30)$$

Denklemler, Sonlu Farklar yöntemi kullanılarak ayrıklaştırılmışlardır. Elde edilen Sonlu Farklar

denklemleri, FORTRAN programlama dilinde yazılmış bir program kullanılarak çözülmüştür. Çözümleme sırasında, akım fonksiyonunun hesaplanması için SOR (Successive Over-Relaxation) metodu kullanılmıştır.

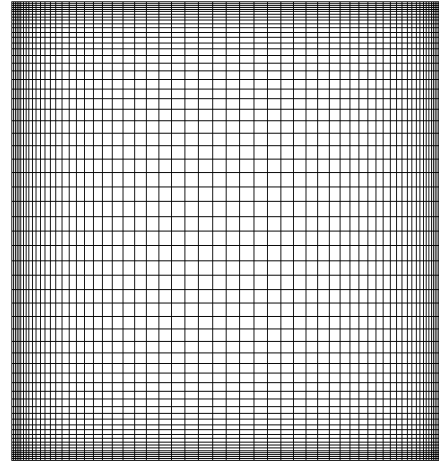
Çözümün kararlı rejime ulaşması için,

$$\max \frac{|\omega_{i,j}^{n+1} - \omega_{i,j}^n|}{|\omega_{i,j}^{n+1}|} \leq 10^{-4} \quad (31)$$

kriteri kullanılmıştır. Bu kriterin sağlandığı durumda, boyutsuz akım fonksiyonu, boyutsuz sıcaklık ve boyutsuz konsantrasyon değerlerindeki farklar çok daha küçük olmaktadır.

Yazılan programda, sınır tabakayı yakalayabilmek için, özel fonksiyonlar kullanılarak duvar diplerine doğru sıklaşan homojen olmayan bir çözüm ağı oluşturulmuş ve Rayleigh sayısının 10^8 - $5 \cdot 10^{10}$ aralığı için zamana bağlı çözümleme yapılmıştır.

Çözümlemede, Şekil 2'de gösterilen, 61X61'lik çözüm ağı kullanılmıştır.



Şekil 2 Kullanılan çözüm ağı

FORTRAN programı, Arçelik A.Ş. AR-GE bünyesinde bulunan 28 işlemciye sahip SGI 2000 süperbilgisayarda, SGI Fortran Compiler kullanılarak çok işlemci ile çözümleme yapılacak şekilde derlenmiş, optimize edilmiş ve 28 işlemci kullanılarak çözümleme yapılmıştır.

Kapalı kavite için elde edilen sonuçlar

Modifiye Rayleigh sayısı (Ra_m) tanımı yapılmıştır.

$$Ra_m = Gr \cdot Pr + Gr_C \cdot Sc \quad (32)$$

Çalışmada, sıcaklık ve konsantrasyonun etkisinin birbirine eşit olduğu kabul edilerek, nümerik analizler yapılmıştır. Örnek olarak, modifiye Rayleigh sayısı 10^{10} ise, bu durumda

$$Gr \cdot Pr = Gr_C \cdot Sc = 5 \cdot 10^9 \quad (33)$$

olarak alınmıştır.

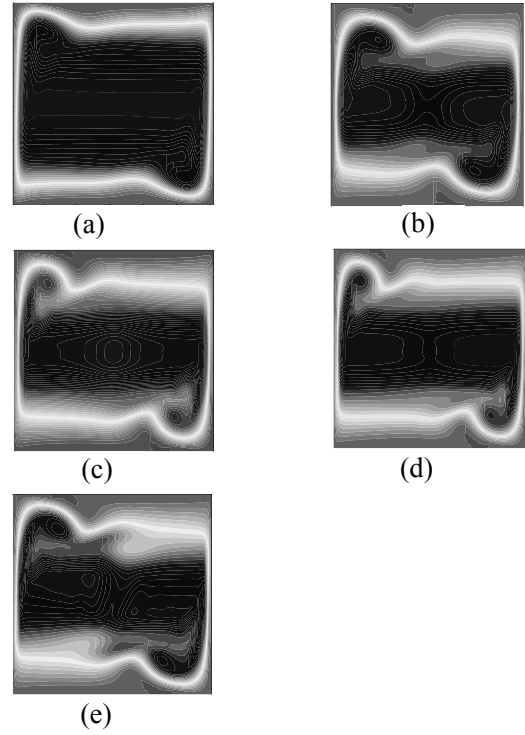
Şekil 3'te, akım fonksiyonunun modifiye Rayleigh sayısı ile değişimi incelenmiştir. Modifiye Rayleigh sayısı arttıkça, kavitenin ortasındaki durağan kısım, dikey duvarlardaki sınır tabakalara doğru bozulmaya başlamaktadır. Kavitenin sol üst ve sağ alt kısımlarında ise, ana akımdan kopmalar başlamak üzeredir.

Şekil 4'ten anlaşılabileceği gibi, girdap fonksiyonu dikey duvarlarda maksimum değerlere ulaşmaktadır. Modifiye Rayleigh sayısı arttıkça sınır tabaka da incelmektedir.

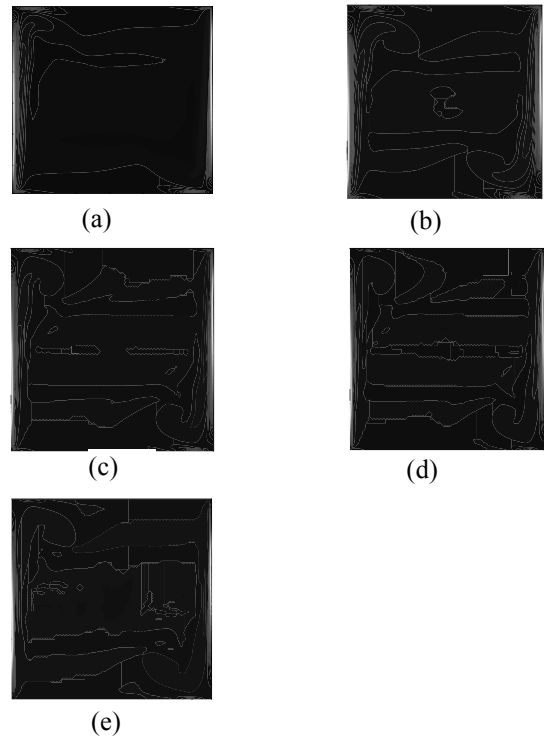
Şekil 5, yatay hız değerlerinin Rayleigh sayısı ile değişimini göstermektedir. Yatay hız değerleri en yüksek ve en düşük değerlerini yatay duvarlar civarında almaktadır. Özellikle sıcak duvar sebebiyle ısınan hava, adyabatik yatay duvara gelince yatay hız maksimum değerini almakta, soğuk duvar sebebi ile hava aşağı çöktüğünde de minimum değere ulaşmaktadır.

Şekil 6'dan anlaşılabileceği gibi, sıcak duvar sebebiyle ısınan hava, türbülansın da etkisi ile burada en yüksek dikey hız değerini alırken, soğuk duvar sebebi ile de aşağı inerken minimum değerine ulaşmaktadır. Rayleigh sayısının artması sonucunda sınır tabaka incelmekte ve bu eğriler dikey duvarlara doğru yaklaşmaktadırlar.

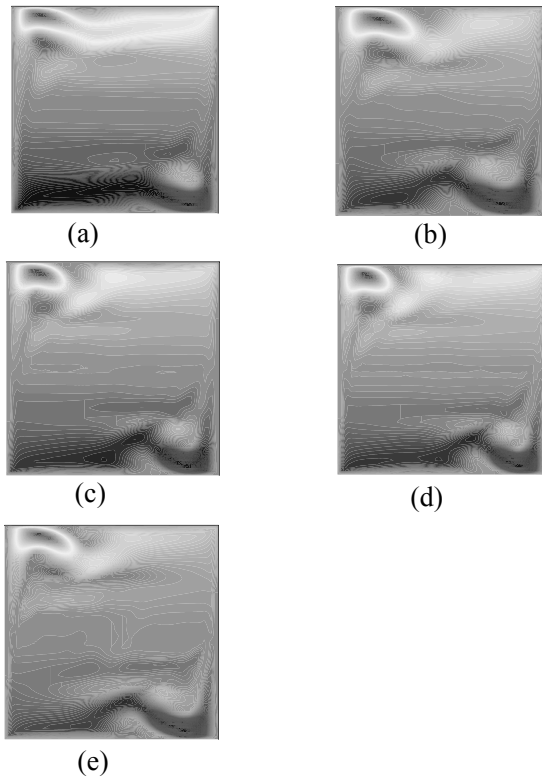
Modifiye Rayleigh sayısının artmasıyla, ısıl sınır tabakanın incelmesi ve adyabatik duvarlara doğru bozulmanın başladığı, Şekil 7'de görülmektedir.



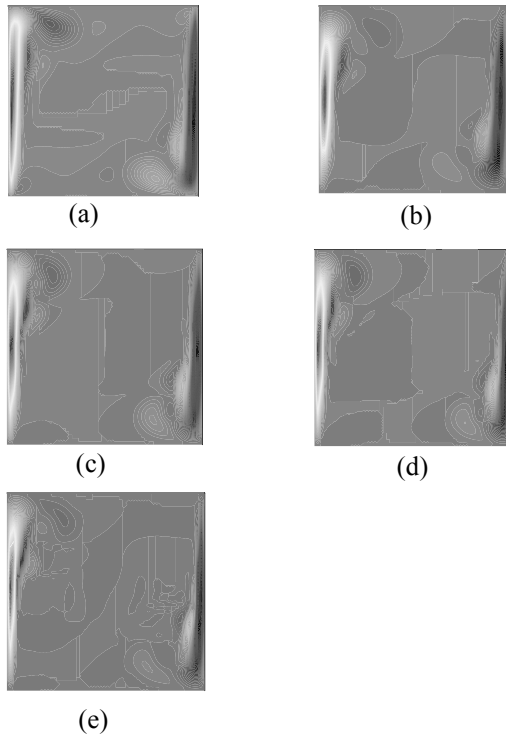
Şekil 3. Akım fonksiyonu (a) $Ra_m=10^8$ (b) $Ra_m=10^9$ (c) $Ra_m=5 \cdot 10^9$ (d) $Ra_m=10^{10}$ (e) $Ra_m=5 \cdot 10^{10}$



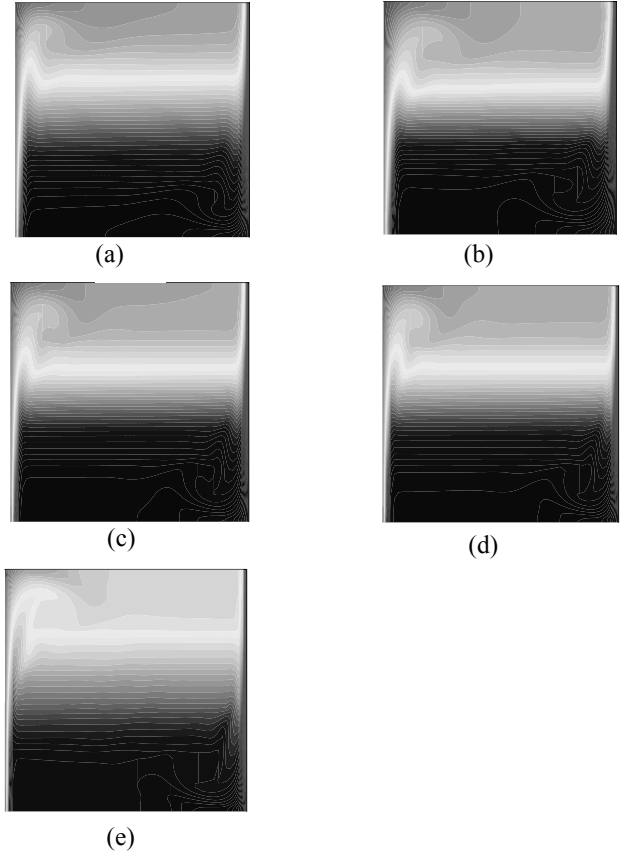
Şekil 4. Girdap fonksiyonu (a) $Ra_m=10^8$ (b) $Ra_m=10^9$ (c) $Ra_m=5 \cdot 10^9$ (d) $Ra_m=10^{10}$ (e) $Ra_m=5 \cdot 10^{10}$



Şekil 5. Yatay hız (a) $Ra_m=10^8$ (b) $Ra_m=10^9$ (c) $Ra_m=5 \cdot 10^9$ (d) $Ra_m=10^{10}$ (e) $Ra_m=5 \cdot 10^{10}$



Şekil 6. Yatay hız (a) $Ra_m=10^8$ (b) $Ra_m=10^9$ (c) $Ra_m=5 \cdot 10^9$ (d) $Ra_m=10^{10}$ (e) $Ra_m=5 \cdot 10^{10}$



Şekil 7. İzoterm eğrileri (a) $Ra_m=10^8$ (b) $Ra_m=10^9$ (c) $Ra_m=5 \cdot 10^9$ (d) $Ra_m=10^{10}$ (e) $Ra_m=5 \cdot 10^{10}$

Kütle transferi denklemi, ısı transferi denklemi ile tamamen aynı karakteri gösterdiği için, elde edilen izokonsantrasyon eğrileri, izoterm eğrilerine oldukça benzemektedir (Şekil 8). Modifiye Rayleigh sayısının artması ile, konsantrasyon sınır tabakası giderek incelmektedir.

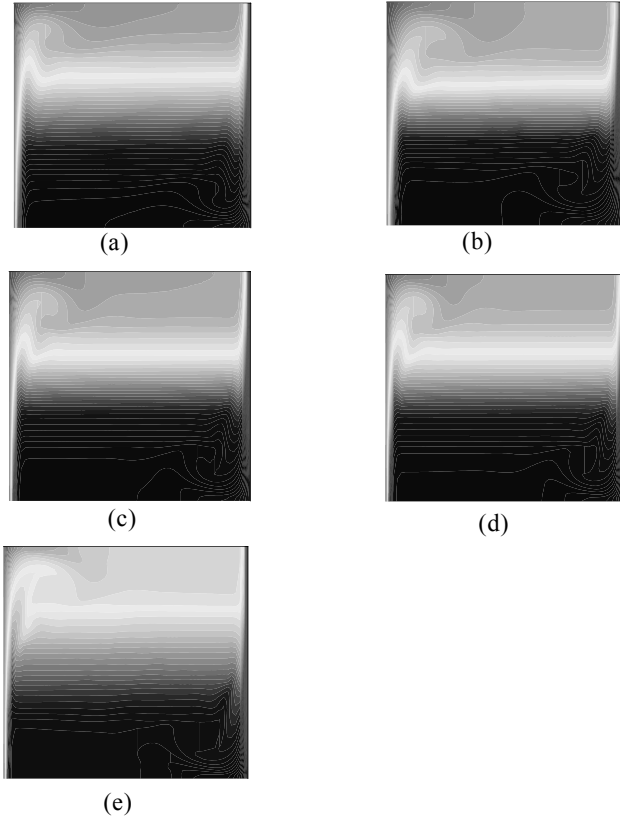
Literatürle karşılaştırma ve korelasyonlar

Açık literatürde, bu çalışma ile karşılaştırma yapılabilecek çalışma bulunamamıştır.

Yapılan nümerik analizlerin sonucunda, sıcak duvarın Nusselt ve Sherwood sayıları farklı modifiye Rayleigh sayıları için hesaplanmış ve aşağıdaki korelasyonlar üretilmiştir. Korelasyonlar, Şekil 9 ve 10'da gösterilmiştir.

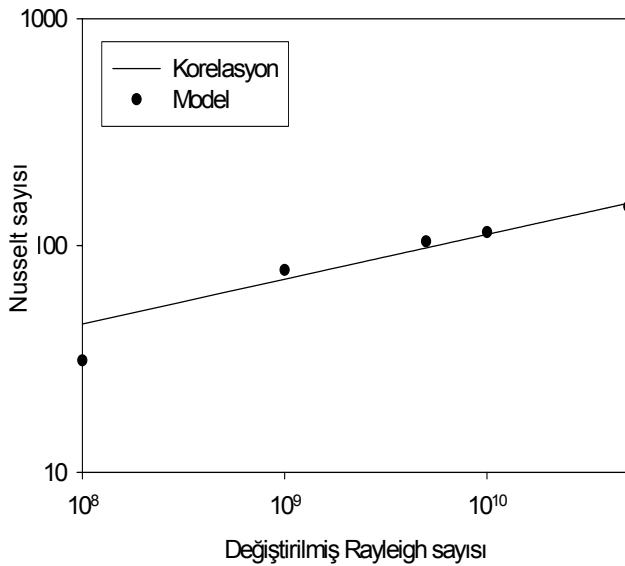
Modifiye Rayleigh sayısının 10^8 - $5 \cdot 10^{10}$ aralığı için,

$$Nu = 1.1883 \cdot Ra_m^{0.1974} \quad (34)$$

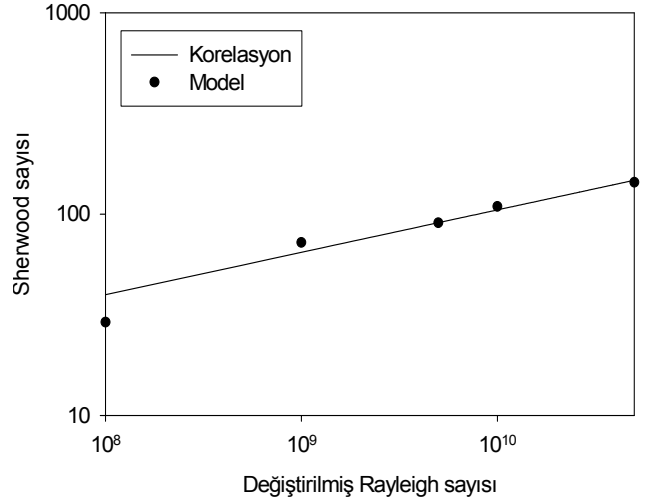


Şekil 8. İzokonsantrasyon eğrileri (a) $Ra_m=10^8$ (b) $Ra_m=10^9$ (c) $Ra_m=5.10^9$ (d) $Ra_m=10^{10}$ (e) $Ra_m=5.10^{10}$

$$Sh = 0.2107 \cdot Ra_m^{0.2107} \quad (35)$$



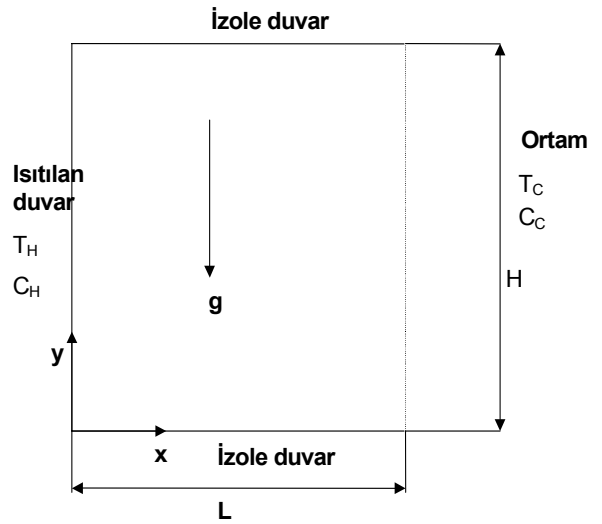
Şekil 9. Kapalı kavite içi türbülanslı ısı ve kütle transferi durumunda sıcak duvarın Nusselt sayısı için korelasyon ve model sonuçları



Şekil 10. Kapalı kavite içi türbülanslı ısı ve kütle transferi durumunda sıcak duvarın Sherwood sayısı için korelasyon ve model sonuçları

Açık kavite içinde türbülanslı ısı ve kütle transferi

İncelenen geometri Şekil 11’de gösterilmiştir. Akışı yöneten denklemler, boyutsuzlaştırma parametreleri ve Sonlu Farklar denklemleri önceki kısımda anlatılan problem ile tamamen aynıdır. Değişken olan kısım, kavitenin açık duvarıdır.



Şekil 11. İncelenen geometri

Kavitenin açık duvarı için, yatay hız değeri yazılırsa;

$$u' = \frac{\partial \psi}{\partial x'} \quad (36)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade Sonlu Farklar cinsinden yazılırsa,

$$u'_{i,j} = \frac{\Psi_{i,j+1} - \Psi_{i,j-1}}{2 \cdot \Delta y'} \quad (37)$$

ifadesi elde edilir.

Eğer bahsi geçen i,j noktası için $u'_{i,j} > 0$ ise, bu durumda taşınımın etkisi baskın kabul edilerek (outflow),

$$\frac{\partial \theta}{\partial x'} = \frac{\partial \omega}{\partial x'} = \frac{\partial \Gamma}{\partial x'} = 0 \quad (38)$$

alınmıştır.

Diğer durumda (yani $u'_{i,j} < 0$) ise (inflow),

$$\theta = \omega = \Gamma = 0 \quad (39)$$

alınmıştır. (Cortella vd., 2001; Mahajan vd., 1992)

Denklemler, Sonlu Farklar yöntemi kullanılarak ayrılaştırılmışlardır. Elde edilen Sonlu Farklar denklemleri, FORTRAN programlama dilinde yazılmış bir program kullanılarak çözülmüştür. Çözümleme sırasında, akım fonksiyonunun hesaplanması için SOR (Successive Over-Relaxation) metodu kullanılmıştır.

Çözümün kararlı rejime ulaşması için,

$$\max \frac{|\omega_{i,j}^{n+1} - \omega_{i,j}^n|}{|\omega_{i,j}^{n+1}|} \leq 10^{-4} \quad (40)$$

kriteri kullanılmıştır. Bu kriterin sağlandığı durumda, boyutsuz akım fonksiyonu, boyutsuz sıcaklık ve boyutsuz konsantrasyon değerlerindeki farklar çok daha küçük olmaktadır.

Yazılan programda, sınır tabakayı yakalayabilmek için, özel fonksiyonlar kullanılarak duvar diplerine doğru sıklaşan homojen olmayan bir çözüm ağı oluşturulmuş ve Rayleigh sayısının

10^8 - $5 \cdot 10^{10}$ aralığı için zamana bağlı çözümleme yapılmıştır. Çözümlemede, bir önceki kısımda da bahsedilen 61×61 'lik çözüm ağı kullanılmıştır.

FORTRAN programı, Arçelik A.Ş. AR-GE bünyesinde bulunan 28 işlemciye sahip SGI 2000 süperbilgisayarda, SGI Fortran Compiler kullanılarak çok işlemci ile çözümleme yapılacak şekilde derlenmiş, optimize edilmiş ve 28 işlemci kullanılarak çözümleme yapılmıştır.

Açık kavite için elde edilen sonuçlar

Kapalı kavite problemine benzer olarak, modifiye Rayleigh sayısı (Ra_m) tanımı yapılmıştır.

$$Ra_m = Gr \cdot Pr + Gr_C \cdot Sc \quad (41)$$

Çalışmada, sıcaklık ve konsantrasyonun etkisinin birbirine eşit olduğu kabul edilerek, nümerik analizler yapılmıştır. Örnek olarak, modifiye Rayleigh sayısı 10^{10} ise, bu durumda

$$Gr \cdot Pr = Gr_C \cdot Sc = 5 \cdot 10^9 \quad (42)$$

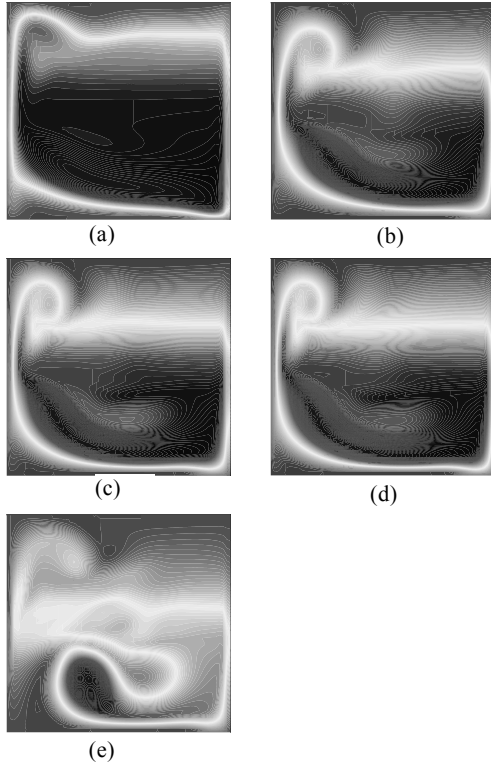
olarak alınmıştır.

Şekil 12'de, modifiye Rayleigh sayısının değişimi ile akım fonksiyonunun değişimi görülmektedir. Modifiye Rayleigh sayısı arttıkça, türbülansın etkisi dolayısıyla, durağan kısım, giderek küçülmektedir. Modifiye Rayleigh sayısının $5 \cdot 10^{10}$ değeri için kavite içinde lokal hareketler göze çarpmaktadır.

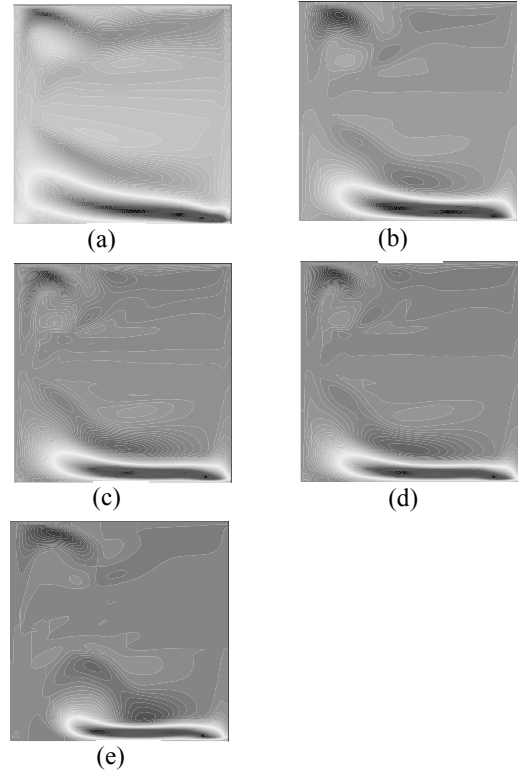
Girdap fonksiyonunun modifiye Rayleigh sayısı ile değişimi, Şekil 13'de verilmiştir. Modifiye Rayleigh sayısı arttıkça, sıcak olan sol dikey duvarda çok ince bir sınır tabaka oluşmakta ve girdap fonksiyonu bu tabakada büyük değişimler göstermektedir. Ayrıca, açık duvar sebebiyle de girdap fonksiyonu değişim göstermektedir.

Yatay hız eğrilerinin, yatay duvarlarda maksimum ve minimum değerlerini aldığı, Şekil 14'de gösterilmiştir.

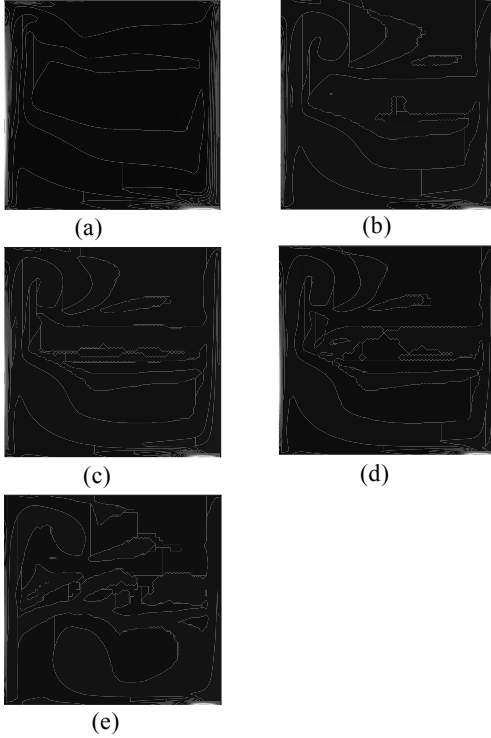
Dikey hız eğrileri de, dikey duvarlarda maksimum ve minimum değerlerini almaktadır. Bu durumun modifiye Rayleigh sayısı ile değişimi Şekil 15'te verilmiştir.



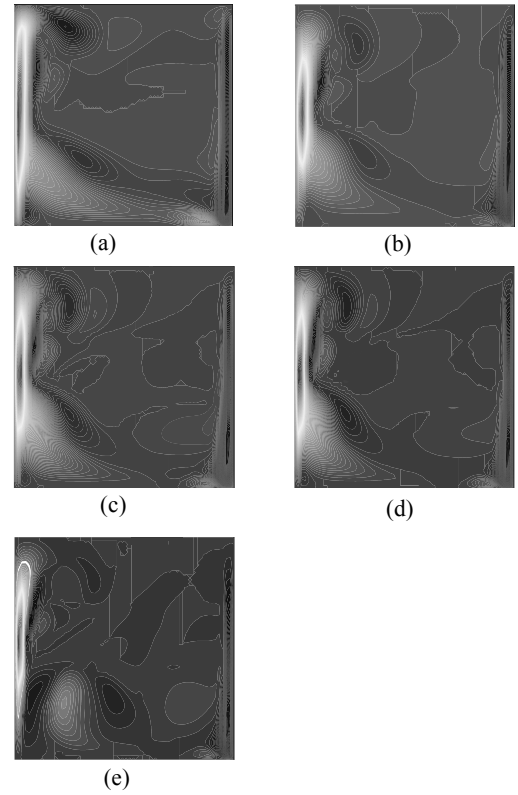
Şekil 12. Akım fonksiyonu (a) $Ra_m=10^8$ (b) $Ra_m=10^9$ (c) $Ra_m=5.10^9$ (d) $Ra_m=10^{10}$ (e) $Ra_m=5.10^{10}$



Şekil 14. Yatay hız (a) $Ra_m=10^8$ (b) $Ra_m=10^9$ (c) $Ra_m=5.10^9$ (d) $Ra_m=10^{10}$ (e) $Ra_m=5.10^{10}$



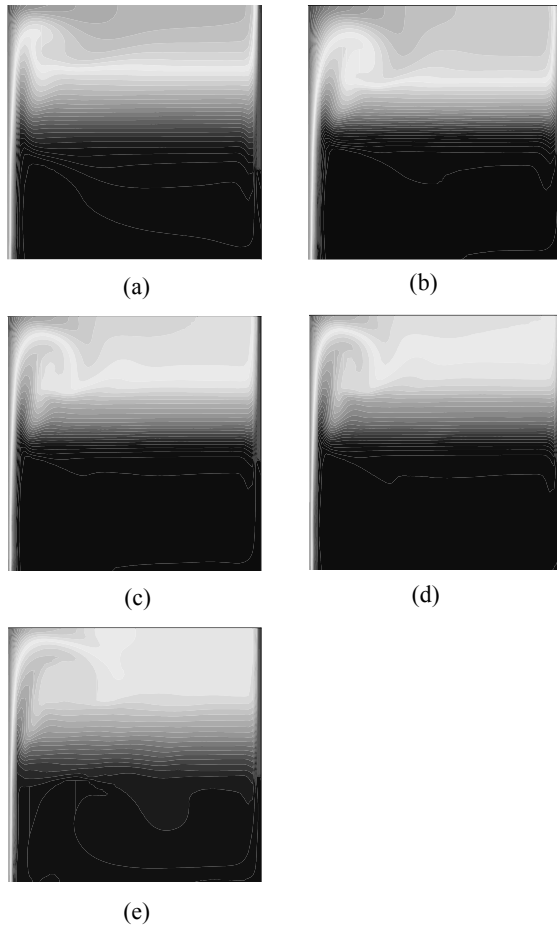
Şekil 13. Girdap fonksiyonu (a) $Ra_m=10^8$ (b) $Ra_m=10^9$ (c) $Ra_m=5.10^9$ (d) $Ra_m=10^{10}$ (e) $Ra_m=5.10^{10}$



Şekil 15. Dikey hız (a) $Ra_m=10^8$ (b) $Ra_m=10^9$ (c) $Ra_m=5.10^9$ (d) $Ra_m=10^{10}$ (e) $Ra_m=5.10^{10}$

İzoterm eğrilerinin modifiye Rayleigh sayısı ile değişimi Şekil 16’da verilmiştir. Ortam sıcaklığının etkisi, açık kavite sebebi ile çok daha fazla görülmektedir. Rayleigh sayısı arttıkça, ısı sınır tabaka incelmektedir.

Kütle transferi denklemi, enerji denklemi ile tamamen aynı karakterde olduğu için, izokonsantrasyon eğrileri, izoterm eğrileri ile aynı trendi göstermektedir. Şekil 17’de de görüldüğü gibi, modifiye Rayleigh sayısının artması ile, dikey duvarlarda konsantrasyon sınır tabakası incelmektedir.



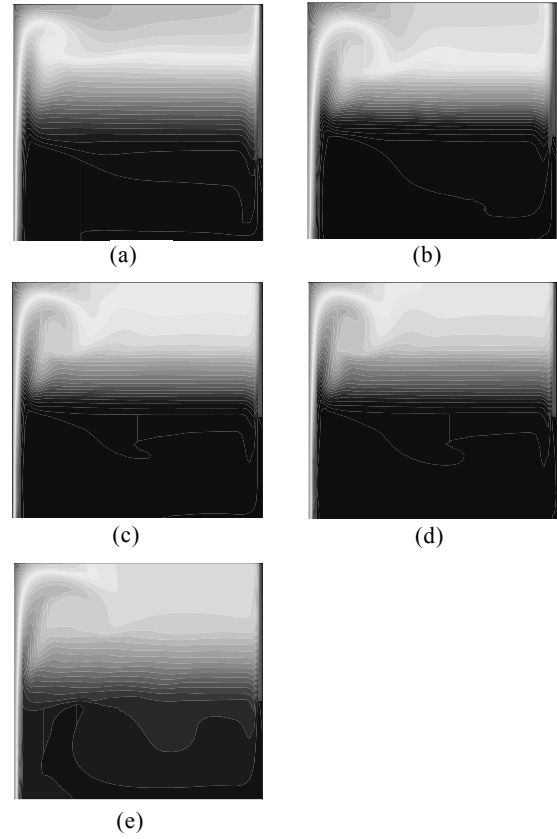
Şekil 16. İzoterm eğrileri (a) $Ra_m=10^8$ (b) $Ra_m=10^9$ (c) $Ra_m=5.10^9$ (d) $Ra_m=10^{10}$ (e) $Ra_m=5.10^{10}$

Literatürle karşılaştırma ve korelasyonlar

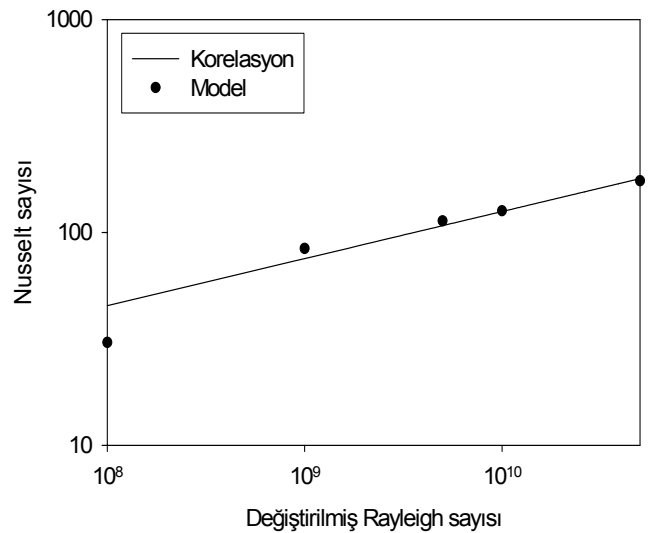
Açık literatürde, bu çalışma ile karşılaştırma yapılabilecek çalışma bulunamamıştır.

Şekil 18 ve Şekil 19’da görüldüğü gibi, yapılan nümerik analizlerin sonucunda, sıcak duvarın

Nusselt ve Sherwood sayıları farklı modifiye Rayleigh sayıları için hesaplanmış ve aşağıdaki korelasyonlar üretilmiştir.



Şekil 17. İzokonsantrasyon eğrileri (a) $Ra_m=10^8$ (b) $Ra_m=10^9$ (c) $Ra_m=5.10^9$ (d) $Ra_m=10^{10}$ (e) $Ra_m=5.10^{10}$

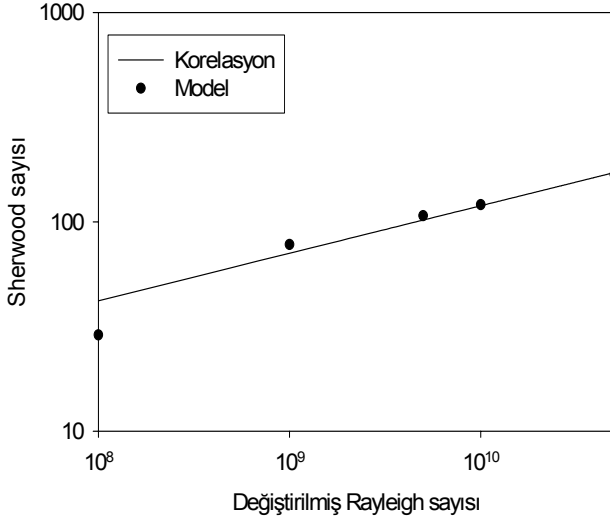


Şekil 18. Açık kavite içi türbülanslı ısı ve kütle transferi durumunda sıcak duvarın Nusselt sayı-ısı için korelasyon ve model sonuçları

Modifiye Rayleigh sayısının 10^8 - $5 \cdot 10^{10}$ aralığı için,

$$Nu = 0.7719 \cdot Ra_m^{0.2211} \quad (43)$$

$$Sh = 0.6424 \cdot Ra_m^{0.2269} \quad (44)$$



Şekil 19. Açık kavite içi türbülanslı ısı ve kütle transferi durumunda sıcak duvarın Sherwood sayısı için korelasyon ve model sonuçları

Sonuçlar

Bu çalışma sonucunda aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

1. Modifiye Rayleigh sayısı tanımlanarak, sıcaklık farkı dolayısıyla kaynaklanan kaldırma kuvvetinin yanısıra, konsantrasyon farkından kaynaklanan kaldırma kuvvetinin etkileri de incelenebilmiştir.
2. Kapalı ve açık kavite durumları için, LES (Large Eddy Simulation) türbülans modeli kullanılarak çözümleme yapılmıştır. Dolayısıyla, LES modelinin bu tip akışlar için uygun olduğu söylenebilir.
3. Hem açık hem de kapalı kavite durumları için, türbülanslı akış incelenerek, ısı ve kütle transferi korelasyonları elde edilmiştir.
4. Modifiye Rayleigh sayısının artması; hidrodinamik, ısı ve konsantrasyon sınır tabakalarında incelemeye yol açmaktadır.

5. Her iki kavite geometrisi için de, kavite ortasında durağan bir bölgenin olduğu, buna karşılık ana akışın duvarlara yakın kısımlarda hareket ettiği söylenebilir.

Teşekkür

Çalışmanın yapılmasını sağlayan Arçelik A.Ş. Ar-Ge Direktörlüğü teşekkürle anılır.

Kaynaklar

- Arpacı, V.S., (1997). Microscales of turbulence - heat and mass transfer correlations, Taylor&Francis, London.
- Cortella, G., Manzan, M., Comini, G., (2001). CFD Simulation of refrigerated display cabinets, *International Journal of Refrigeration*, **24**, 250-260.
- Davidson, L., (1992). Computation of natural convection flow in a square cavity, *Proceedings of the Eurotherm Seminar*, 43-53.
- Gatski, T.B., Hussaini, M.Y., Lumley, J.L., (1996). Simulation and modeling of turbulent flows, Oxford University Press, London.
- Ince, N.Z., Launder, B.E., (1989). On the computation of buoyancy-driven turbulent flows in rectangular enclosures, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, **10**, 110-117.
- Jones, W.P., Launder, B.E., (1975). Turbulent natural convection in a tall closed cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **15**, 301-311.
- Joubert, P., Sergent, A., Le Quere, P., (2002). Large eddy simulation of turbulent natural convection flows in cavities, 12th International Heat Transfer Conference, Grenoble, France, CD-Rom.
- Liu, F., Wen, J.X., (1999). Development and validation of an advanced turbulence model for buoyancy driven flows in enclosures, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **43**, 3967-3981.
- Mahajan, R.L., Angirasa, D., (1992). Natural convection with combined buoyancies in a side-open cavity, *Proceedings of Natural Convection in Enclosures*, 39-48.
- Markatos, N.C., Pericleous, K.A., (1984). Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity, *International Journal Of Heat and Mass Transfer*, **27**, 755-772.
- Meneveau, C., Katz, J., (2000). Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation, *Annual Reviews in Fluid Mechanics*, **32**, 1-32.

- Patankar, S.V., (1980). Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere, Washington DC.
- Peng, S.H., (1998). Modeling of turbulent flow and heat transfer for building ventilation, PhD Thesis, Chalmers University of Technology, Göteborg.
- Peng, S.H., Davidson, L., (2000). Comparative study of LES for turbulent buoyant flow in terms of SGS model and grid resolution, *3rd Int. Symp. On Turbulence, Heat and Mass Transfer*, CD-Rom
- Sorensen, J.N., Kristensen, S.A., Christensen, L.K., (1996). Direct and large eddy simulations of thermo-convective flows, *Applied Parallel Computing: Industrial Computation and Optimization: Third International Workshop - Para '96*, 631-640, CD.